Die Erweiterung des Poiseuille'schen Gesetzes auf verzweigte Capillar-Rören.

Inaugural-Dissertation

welche mit Genemigung der

Philosophischen Facultät der Königl. Universität Breslau

zur Erlangung der Doctorwürde

Sonnabend den 3. August 1878

Vormittags 10 Uhr

in der Aula Leopoldina

gegen die Herren Opponenten

Dr. Hamberger, Assistent am chemischen Universitäts-Laboratorium

und

Leo Grätz, cand. phil.

öffentlich verteidigen wird

J. Berthold Rostalski,

Assistent an der Königlichen Universitäts-Sternwarte.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Breslau, 1878.

Breslauer Genossenschafts-Buchdruckerei, E. G., Ursulinerstrasse 1.

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn Professor Dr. O. E. Meyer,

Director des physikalischen Instituts

in Hochachtung und Dankbarkeit

ehrerbietigst gewidmet

vom Verfasser.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543119_0092

Anlässlich der Uebungen im physikalischen Experimentiren, welche Herr Prof. Dr. O. E. Meyer, Director des physikalischen Instituts hiesiger Königl. Universität, gemeinschaftlich mit Herrn Prof. Dr. Dorn, wöchentlich an zwei Nachmittagen für die Studirenden abhält, stiess ich auf das Problem, merere ziemlich gut calibrische Capillarrören auf das Poiseuille'sche Gesetz hin zu prüfen. Nach vielen Vorversuchen gelang es mir, einen bequem handlichen Apparat zu diesen Versuchen zu construiren, durch welche ich das erwänte Gesetz auch vollständig bestätigt fand. Einem glücklichen Einfall habe ich es zu verdanken, dass ich mir das Problem stellte, auch Rören-Combinationen auf jenes, für solchen Fall theoretisch abgeänderte Gesetz zu untersuchen, welches Problem auch den Beifall meines hochverehrten Lehrers Herrn Prof. Meyer fand. Es gelang mir, die experimentelle Bestätigung dafür zu liefern, dass jenes (modificirte) Gesetz auch für Rören-Complexe Geltung habe, und ich glaube mich zu der Anname berechtigt, durch die folgende Arbeit einen Abschluss in den Untersuchungen über dieses für die Physiologie so wichtige Gesetz gebracht zu haben.

Verschiedene andere wissenschaftliche Beschäftigungen haben mich davon abgehalten, diese meine vor 2 Jaren beendigten Untersuchungen der Oeffentlichkeit zu übergeben, daher neme ich erst jetzt Gelegenheit, dieselben, hoffentlich zu einem, wenn auch geringen, Nutzen für die Wissenschaft zu veröffentlichen.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Prof. Dr. O. E. Meyer hierselbst für die allseitige Unterstützung meiner Studien und speciell dieser meiner Erstlings-Arbeit meinen herzlichsten, tiefgefültesten Dank auszusprechen.

I. Geschichtliches.

Versuche über die Bedingungen des Fliessens von Wasser in gewönlichen Wasserleitungsrören sind schon im vorigen Jarhundert von Hydraulikern gemacht worden, doch one nennenswerten Erfolg; Versuche mit Rören von nur wenigen Millimetern Durchmesser veröffentlicht zuerst Dubuat in seinen principes d'hydraulique tome II, ferner Gerstner in Gilbert's Annalen (1800), Band V pag. 160, sowie Girard in den mémoires de l'institut national des sciences et arts 1813, 1814, 1815, 1816. Dieser Letztere hat Wasser und andere Flüssigkeiten durch kupferne und gläserne Rören von 1,8 mm. bis 4,2 mm. Durchmesser unter verschiedenem Druck gepresst und die Beobachtungsresultate mit einer von ihm durch Rechnung gefundenen Formel verglichen. Alle diese Resultate sind aber mit den Poiseuille'schen nicht vergleichbar, weil sie unter wesentlich anderen Bedingungen angestellt worden sind, als die des Letzteren.

Ueber die Bewegung des Wassers in Wasserleitungsrören und in offenen Kanälen haben Untersuchungen bekannt gemacht Prony und Eytelwein in: Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes par R. Prony. Paris 1804 und: Untersuchungen über die Bewegung des Wassers von Eytelwein in den Memoiren der Berliner Akademie 1814 und 1815. Doch sind in beiden Arbeiten die Temperaturen, welche, wie wir später sehen

werden, einen so bedeutenden Einfluss auf diese Resultate üben, nicht berücksichtigt.

Versuche über die Bewegung des Wassers in zwar engen, aber nicht capillaren, Rören hat G. Hagen angestellt und veröffentlicht in Poggendorff's Annalen Band 46, pag. 423. (1839).

Alle bisher erwänten Arbeiten wurden im wesentlichen zu technischen Zwecken unternommen; der erste, welcher eine solche Untersuchung vom physiologischen Gesichtspunkte aus in Angriff nam, war Dr. Poiseuille in Paris. Er veröffentlichte die Arbeit in: mémoires présentés par divers savants à l'académie royale des sciences de l'institut de France. Sciences mathématiques et physiques. Tome IXième Paris 1846, pag. 433—543. Einen ausfürlichen Bericht über diese Arbeit findet man in Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie 58. (134.) Bd. Leipzig 1843, pag. 424 bis 448.

Herr Dr. Poiseuille fand folgende Gesetze:

I. Bei derselben Röre ist die Menge des in derselben Zeit ausgeflossenen Wassers dem Druck porportional.

II. Für jede Röre giebt es eine Längen-Grenze, unterhalb welcher das Druckgesetz I nicht mer gilt; diese Länge hängt ab vom Durchmesser der Röre: Sobald die Länge einer Röre unterhalb jener Grenze ist, wächst die Ausflussgeschwindigkeit rascher als der Druck.

III. Die Zeiten zum Ausfluss einer gleichen Menge Flüssigkeit bei gleicher Temperatur, unter gleichem Druck und durch Rören von gleichem Durchmesser sind proportional den Längen dieser Rören.

Auch dieses Gesetz beginnt erst bei einer gewissen Länge, welche mit der Länge, für welche das Druckgesetz Anwendung findet, übereinzustimmen scheint.

IV. Bei Gleichheit aller übrigen Umstände verhalten sich die Ausflussmengen wie die 4. Potenzen der Durchmesser.

V. Bei sonst gleichen Bedingungen wächst das Gewicht des ausgeflossenen Wassers ser schnell mit der Zuname der Temperatur des Wassers.

In welchem Verhältnis die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers sich mit der Temperatur-Zuname ändert, ergiebt sich aus dem von Poiseuille aus seinen Beobachtungen bei 5°, 25°, 45° berechnetem Factor:

$$1836{,}724\ (1+0{,}0336793\ t+0{,}0002209936\ t^2),$$

wo t in Centesimalgraden ausgedrückt ist, und die andern Einheiten in Milligrammen und Millimetern gegeben sein müssen. Die angefügte Arbeit Poiseuille's über die Geschwindigkeit des Ausfliessens von Wasser, das mit Alkohol in verschiedenen Mengen vermischt war, interessirt uns hier nicht weiter.

Die 5 Gesetze Poiseuille's wurden von einer Commission, bestehend aus den Herren Arago, Babinet, Piobert und Regnault in Gegenwart Poiseuille's und mit dessen Apparat geprüft und, innerhalb der angefürten Grenzen, als vollständig giltig erprobt.

Die Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes hat Herr Prof. Dr. O. E. Meyer für weite Rören und auf Gase untersucht und es vollständig giltig befunden. (Pogg. Ann. und Jubelband 148. Leipzig 1873. O. E. Meyer findet, dass bei Gasen das Gesetz streng nur bei einer Rörenlänge gilt, die etwa 3000 mal grösser als der Durchmesser der Röre ist.

Selbst für Rören mit elliptischem Querschnitt hat sich das P. Gesetz bewärt, wie aus den von Victor von Lang angestellten Versuchen über Einströmung von Gasen, Wiener Sitzungsberichte Band 53 (1871) zu ersehen ist.

Der Vollständigkeit halber bringen wir ein kurzes Resumé über die Arbeiten, welche angestellt wurden um den Einfluss des Salzgehaltes und anderer chemischen Beimischungen des Wassers auf die Transpiration durch enge Rören festzustellen.

Adolf Sprung: Experimentelle Untersuchungen über die Flüssigkeitsreibung bei Salzlösungen. Pogg. Ann. (159) pag. 1—35.

Sprung hat Versuche angestellt mit Salzlösungen, bei denen gleichzeitig Temperatur und Concentration zwischen weiten Grenzen variiren. Die Resultate, selbst die für Wasser erhaltenen, lassen sich mit den Poiseuille'schen und den meinigen nicht vergleichen, weil die Dimensionen der von

ihm untersuchten Rören andere waren. Interessant ist für uns nur die Bestätigung, dass ein Zähigkeitsmaximum des Wassers bei $+4^0$ nicht existire.

Gut übereinstimmende Beobachtungen hat Ludwig Rellstab veröffentlicht: Ueber Transpiration homologer Flüssigkeiten, Inaug.-Diss. Bonn 1868. Er hat verschiedene Alkohole und fette Säuren untersucht und nur vergleichshalber seine Rören mit Wasser auf das P. Gesetz geprüft. Für uns ist nur das Resultat wichtig, dass ein Unterschied der Ausflusszeiten von lufthaltiger und luftfreier Flüssigkeit nicht wargenommen wurde.

Der Vollständigkeit halber füren wir noch an: Untersuchungen über die Bewegung von Flüssigkeiten in Capillarrören von Dr. Joh. Schlie, Inaug.-Diss. Rostock 1869. Schlie liess destillirtes Wasser, eine 1procentige und eine 5procentige Kochsalzlösung und eine 5procentige Chlorkaliumlösung durch ein Ror von 0,496 mm. mittleren Durchmesser und von 398 mm. Länge ausfliessen. Der angewandte Druck ist nicht angegeben; die Resultate der Arbeit sind problematischer Natur, besonders, weil von ca. 400 Beobachtungen nur ungefär 240 benutzt werden konnten. Doch stellte sich heraus, »dass die Cohäsion der Salzlösungen nur in geringem Grade von der Concentration, sondern hauptsächlich von dem chemischen Character des gelösten Salzes abhängig ist, wie z. B. die Chlorkaliumlösung mit steigender Concentration schneller fliesst, wärend bei der Chlornatriumlösung sich die umgekerte Erscheinung zeigt.« Letzteres Resultat bestätigt die Arbeit von Dr. Theodor Hübener, Assistent am chem. Laboratorium zu Rostock, veröffentlicht in Pogg. Ann. (150) 226, pag. 248—259.

Erwänenswert ist noch eine Arbeit von Th. Graham: On liquid transpiration in relation to chemical composition, veröffentlicht in: the London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and Journal of Science. Vol. XXIV. Fourth Series. 1862. Er verglich die Transpirationszeit von Säuren bei verschiedenen Verdünnungen mit destillirtem Wasser mit der Transpiration des destillirten Wassers selbst

unter sonst gleichen Umständen. Er fand diese Zeit z. B. bei reinem $NHO_6 = 0{,}9899$ (die Transpirationszeit des Wassers $= 1$ gesetzt) und fand das Maximum dieser Zeit bei einem Zusatz von 42,85 % Wasser $= 2{,}1034$; weiterer Zusatz von Wasser (bis 200 %) zeigte eine beständige Abname der Ausflusszeiten. Am Schlusse der Arbeit bringt er eine kurze Zusammenstellung der Ausflusszeiten verschiedener Alkohole und Aether-Verbindungen mit den Siedepunkten dieser Flüssigkeiten, one ein bestimmtes Gesetz dabei aufzufinden.

Die bei Weitem wertvollsten Untersuchungen über die Erweiterung des Poiseuille'schen Gesetzes rüren her von Herrn Dr. med. Heinr. Jacobson in Königsberg (jetzt Prof. in Berlin) unter dem Titel: Beiträge zur Haemodynamik.

I. Ueber Poiseuille's Gesetz.

II. Ueber die Bewegung einer Flüssigkeit in verzweigten Rören. Beide Arbeiten sind veröffentlicht im Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medizin, herausgegeben von Reichert und Du Bois-Reymond. Jargang 1860, pag. 80—113.

III. Zur Einleitung in die Haemodynamik, ebendaselbst Jargang 1861, pag. 304—328.

IV. Ueber die Bewegung einer Flüssigkeit in ungleich weiten Rören. Jargang 1862, pag. 683—702.

Jacobson untersucht zunächst die Giltigkeit des P. Gesetzes für weitere Rören, nahe so weite, bei welchen Gerstner und Girard zu wesentlich anderen Resultaten als P. gelangt waren, Rören, deren Durchmesser zwei- bis fünfmal so gross waren wie die der Poiseuille'schen. Er benutzte zwei Glasrören und eine Messingröre (die weiteste von den drei Rören). Als Temperaturangabe wurde die mittlere Temperatur des Wassers zu Anfang und zu Ende des Versuches genommen. Er liess durch die Röre Wasser wärend einer bestimmten Zeit fliessen und berechnete aus dem Gewicht des aufgefangenen Wassers (mit Berücksichtigung der Dichtigkeit desselben bei verschiedenen Temperaturen) die Ausflussgeschwindigkeit. Es gelang ihm so, die Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes auch für weite

Rören festzustellen; als Grenze der Giltigkeit fand er bei seinen Rören die Temperatur zwischen 18° und 25°. Er hat auch bei seiner engsten Röre ($\rho = 0{,}8769$ mm.) Unregelmässigkeiten des Strals beim Ausfliessen in die Luft nicht bemerkt (wie dies P. gefunden hat).

Beigefügt ist diesem ersten Beitrag die theoretische Entwicklung des Poiseuille'schen Gesetzes nach den Vorlesungen des Herrn Prof. Dr. Neumann in Königsberg.

Was uns hier von den Beiträgen zur Haemodynamik am meisten interessirt, ist der zweite Beitrag Jacobson's: Ueber die Bewegung einer Flüssigkeit in verzweigten Rören.

Jacobson verband zwei Rören und setzte an der Vereinigungsstelle beider an jeder Seite rechtwinklig noch eine Röre an, so dass das Rörensystem einen vierstraligen Stern bildete. Die Länge je zweier gegenüberstehenden Rören zusammengenommen betrug 620,4 mm., der mittlere Durchschnitt der Rören war 2,8656 mm. Später fügte er die Rören auch so zusammen, dass die Durchkreuzung derselben statt unter einem rechten Winkel unter einem solchen von 30° und 45° stattfand. Auch hatte er eine Vorrichtung angebracht, wodurch er jede der Rören beliebig verstopfen oder öffnen konnte. Jacobson fand so den wichtigen Satz: Die Summe der mittleren Ausflussgeschwindigkeiten der beiden Partialströme ist unabhängig vom Teilungswinkel.

Eine Vergleichung der Ausflussmengen in grader Ban und in einer knieförmig gebogenen ergab bei geringem Druck für einen Winkel von 90° etwa $^9/_{10}$ der Menge, die in grader Ban ausgeflossen war; bei grösserem Druck wird das Verhältnis auch grösser und zwar ser schnell, soweit sich dies aus den beigefügten Daten ersehen läst. Ueber die Verteilung des Druckes an verschiedenen Stellen der Rören findet Jacobson folgende Gesetze:

1. Die Erweiterung der Stromban durch Eröffnung eines Seitenzweiges bewirkt, unter welchem Winkel derselbe auch abgehen möge, eine erhebliche Verminderung des Druckes.

2. Der Druck sinkt im Hauptstrom um so mer, je kleiner der Teilungswinkel, und zwar mer in der Nähe der Teilung als am Anfang.
3. Das Verhältnis der Drucke in den Partialströmen zu einander wächst mit dem Teilungswinkel analog dem der Geschwindigkeiten.
4. In jedem Partialstrom ist die Geschwindigkeit proportional dem Druck.
5. Oeffnet man der Strömung alle vier Schenkel des Kreuzes, so tritt constant eine so starke Verminderung des Druckes im Hauptstrom ein, dass derselbe bedeutend geringer wird, als der Druck in dem grade fortgehenden Partialstrome. In den beiden seitlichen Teilströmen ist der Druck gleich, wenn der Teilungswinkel $\alpha = 90^0$ ist, und der Druck steigt mit abnemendem α in dem dadurch dem Hauptstrom genäherten Partialstrom, wärend er in dem nun entfernteren Partialstrom entsprechend sinkt.

In seinem 3. Beitrage zur Haemodynamik findet Jacobson die Hagen'sche Angabe bestätigt, dass die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers bei wachsender Temperatur ein Minimum habe, das abhängig ist von den Dimensionen der Röre und vom Druck, und dass bei der Annäherung an diese Grenze der Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes in unregelmässigen Zwischenräumen ein vorübergehendes Zucken des sonst continuirlich fliessenden Strals stattfinde. Rückt man allmälig weiter vor, so werden jene Schwankungen intensiver und zalreicher; sie gehen dann bei noch weiterer Entfernung von der Grenze in ser häufige und heftige Stösse und zuletzt in eine ununterbrochene Vibration des Strals über.

Um nun die Giltigkeitsgrenze des P. Gesetzes zu prüfen, die der Theorie gemäss sein würde: $l = \frac{1}{8\eta} \sqrt{2p} \rho^2$ hat Jacobson die Temperatur gesucht, bei der, unter sonst gleichen Umständen, einmal für gleich lange und verschieden weite Rören und dann für gleich weite und verschieden lange

Rören, die Geschwindigkeit ihr Maximum erreicht. Doch ist der experimentelle Beweis nicht vollständig gelungen.

In seinem 4. Beitrag behandelt Jacobson die Bewegung einer Flüssigkeit in ungleich weiten Rören. Er findet dabei die zwei bemerkenswerten Gesetze: 1. Bei Verengung der Stromban gilt das Poiseuille'sche Gesetz mit Ausname der nächsten Umgebung der Uebergangsstelle. 2. Bei Erweiterung der Stromban ist eine Abänderung des P. Gesetzes notwendig, doch ist die Aufstellung eines solchen Herrn Jacobson nicht gelungen. Er bemerkt: Es bliebe nichts weiter übrig, als die Anname, dass die Bewegung der Flüssigkeit in der zweiten weiteren Röre nur unter dem Einflusse der am Ende der ersten erlangten Geschwindigkeit wie in freier Luft stattfinde, und dass die zweite Röre weiter keinen Effect hervorbringe, als den Stral horizontal zu halten. — Ser vollständige und unter einander gut stimmende Beobachtungen für alle hierher gehörigen Fragen finden wir in dem Werke: Die Haemodynamik nach Versuchen von Dr. Alfred Wilhelm Volkmann, Leipzig 1850; doch lassen sich diese Beobachtungen mit den meinigen nicht vergleichen, weil die dort gebrauchten Rören viel weiter sind als die meinigen.

Im Uebrigen verweisen wir, besonders bezüglich der älteren Literatur auf die Arbeit von Hagenbach: Ueber die Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit durch den Ausfluss aus Rören in Pogg. Ann. Band (109) 185, pag. 385—426.

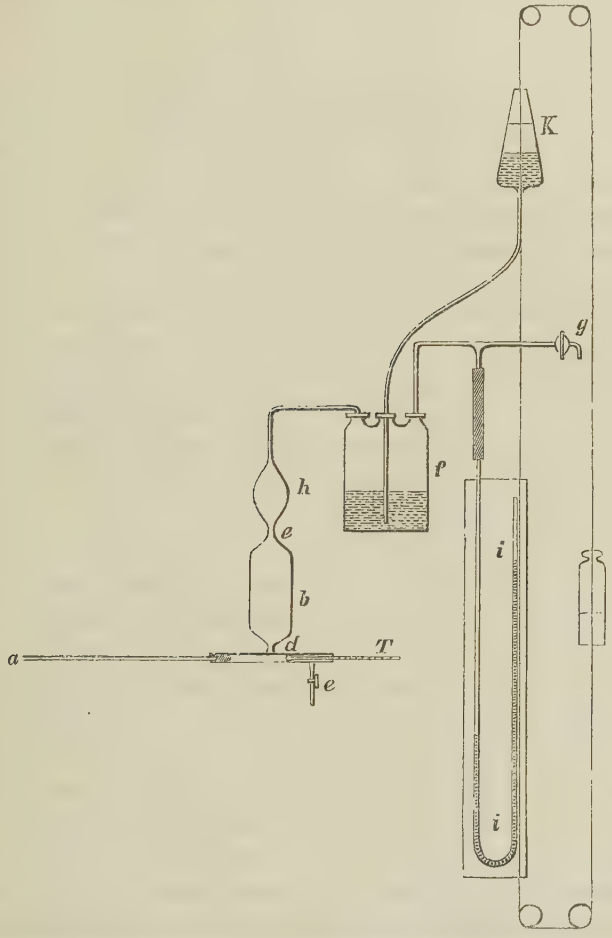
II. Meine Beobachtungs-Methode.

Der Apparat, mit welchem ich meine Versuche anstellte, ist in der folgenden Figur abgebildet. In dem Glasgefässe *b* befand sich destillirtes Wasser, dessen Masse zwischen den Marken *d* und *e* bei einer bestimmten Temperatur gewogen worden war und sich jedesmal aus diesem Gewicht und seiner am Thermometer *T* abgelesenen Durchschnittstemperatur leicht berechnen liess. Dieses Wasser wurde durch eine Capillarröre *a*, welche mit dem Thermometer *T* in einer weiteren an die Pipette *b* angeblasenen Röre steckte, unter einem bestimmten Drucke, der am Manometer *i* abzulesen war, gepresst und die Zeit gemessen, welche erforderlich war, die zwischen den Grenzen *e* und *d* eingeschlossene Wassermenge durchzupressen. In den Gefässen *K* und *f* befand sich Quecksilber zu dem Zwecke, den durch das ausgeflossene Wasser verminderten Druck wieder zu erhöhen. Der Han *e* diente zum Füllen der Pipette *b* mit Wasser, wärend der Apparat bei *g* mit einer Luftpumpe verbunden war, durch welche der Anfangsdruck hergestellt wurde.

Uebrigens ist ein änlicher Apparat von meinem verstorbenen Freunde Rosencranz benutzt worden, und es hat Herr Professor Dr. O. E. Meyer in den Wiedemann'schen Annalen der Physik und Chemie Band 2, pag. 9 in der Veröffentlichung der Resultate des zu früh Verstorbenen eine detaillirtere Beschreibung des Apparates geliefert, ich kann mich daher hier darauf beschränken, die Dimensionen meines Apparates anzugeben.

Es fasste der Raum zwischen den Marken des Wasser-Reservoirs bei den Vorversuchen 106,$^{gr.}$2375 für 4° C.; bei den andern Versuchen 110,$^{gr.}$167 für 4° C. Die Dimensionen

der Rören will ich später bei den Resultaten der Beobachtungen mitteilen.



Meine Aufgabe bestand darin, die Zeit zu finden, welche das gegebene Volumen Wasser brauchte, um unter bestimmtem Druck bei der angezeigten Temperatur durch die Röre mit gegebenen Dimensionen zu gehen. Um darüber Gewissheit zu erlangen, ob mein Apparat den Bedingungen entspräche, die zu einer genauen experimentellen Untersuchung nötig sind, setzte ich erst eine Röre ein, die zu den späteren

Rören-Combinationen nicht verwendet wurde, indem ich diese Röre bei verschiedenem Druck und verschiedener Temperatur auf die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers hin untersuchte und dann dieselbe Röre, nachdem ich sie um etwa $^1/_4$ ihrer Länge verkürzt hatte, denselben Bedingungen wie früher unterwarf. Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der beigefügten Tabelle enthalten. Diese Tabelle zeigt, dass mein Apparat und die von mir benutzte Röre ser wol dem Poiseuille'schen Gesetze genügen. In änlicher Art verwendete ich dann noch 3 andere Rören, die ich, da sie sich zu meinem Zwecke brauchbar erwiesen, erst zu je zweien, dann zu je dreien combinirte. Ich fügte zwei dieser Rören an einander unter einem Winkel von 180°, dann unter einem solchen von 90°; zuletzt setzte ich zwei Rören lang an einander und die dritte rechtwinklig dazu an der Vereinigungsstelle. Ich fand bei allen Rören-Combinationen das (modificirte) Poiseuille'sche Gesetz bestätigt, wie die nachfolgenden Resultate ergeben.

Bemerken will ich hier noch, dass ich meinen Apparat nicht bei ganz constanter Temperatur halten konnte (was aber, wie auch Jacobson bemerkt hat, nur einen ser untergeordneten Einfluss auf die Resultate hat), und dass ich nicht habe unter Wasser ausfliessen lassen, weil auch ich fand, dass die Ausflussgeschwindigkeit dadurch nicht verringert wird. Die Temperatur des Wassers beim Austritt aus der Röre wurde nicht verändert gefunden. Auch der Druck wurde nur an der Einflussstelle bestimmt, und es wurde angenommen, dass er gleichmässig abneme durch die ganze, übrigens nicht lange Röre; zu letzterer Anordnung bewog mich der Umstand, den besonders Helmholtz und Piotrowski hervorgehoben haben, dass nämlich jede Ungleichförmigkeit an der Rörenwand, namentlich jede Oeffnung, die zur Einsetzung eines Druckmessers dient, nach Ludwig's und Stefan's Versuchen bedeutende Störungen der Bewegung hervorbringe. (Abhandlungen der Wiener Akademie. April 1860.)

III. Resultate.

a. Einzelne Rören.

Nach der Theorie muss der Reibungscoefficient des Wassers sein:

$$\eta = \frac{Q^2}{8\pi\lambda} \cdot p. 13{,}6. \frac{981. s}{G} \cdot T, \text{ worin ist,}$$

Q der Querschnitt der gebrauchten Röre in Quadratcentimetern,

π die Ludolf'sche Zal

λ die Länge der Röre in Centimetern,

p der Druck, angegeben in Centimetern einer Quecksilbersäule (mit der Temperatur t^0), gleich der Temperatur des ausfliessenden Wassers, weil ich den Apparat so lange gefüllt stehen liess, bis er überall die gleiche Temperatur zeigte).

13,6 ist die Dichte des Quecksilbers bei 0^0 C.

981 Centimeter ist die Beschleunigung g.

G ist das Gewicht des ausfliessenden Wassers in Gram. bei 0^0 C.

s das specifische Gewicht des Wassers bei der angegebenen Temperatur,

T die Ausflusszeit in Secunden.

Poiseuille hat nun experimentell das Volumen des ausgeflossenen Wassers bestimmt und gefunden:

$$V\rho = 1836{,}7\,(1 + 0{,}03368\,t + 0{,}0002210\,t^2)\ \frac{pd^4}{\lambda}\ T,$$

wo d der Durchmesser seiner Röre ist, ρ die Dichte des Wassers.

In denselben Bezeichnungen wird unsere obige Formel:

$$V\rho = \frac{\pi}{2^7} \cdot \frac{\rho}{\eta} \cdot p. \frac{d^4}{\lambda} T.$$

Durch Gleichsetzung beider Formeln lässt sich nun η finden als Function von t, und Poiseuille fand so

$$\eta = \frac{0{,}001782}{1 + 0{,}0336793\,t + 0{,}0002209936\,t^2}$$

ausgedrückt in Milligramm und Millimetern. Um dieses Resultat mit dem unsrigen, das in Centigramm ausgedrückt ist, zu vergleichen, schreiben wir den Zäler Poiseuille's 0,01782.

Herr Prof. Dr. O. E. Meyer hat nun bei der Veröffentlichung der Rosencranz'schen Arbeit die sämmtlichen P. Untersuchungen einer neuen Rechnung unterzogen, weil P. nur die Beobachtungen von 5°, 25°, 45° dazu benutzt hat, und so fand Meyer die neue Formel:

$\eta = \frac{0{,}01775}{1 + 0{,}03315\,t + 0{,}0002437\,t^2}$ welche sich als gut mit P. Beobachtungen übereinstimmend erwies. Mit Hilfe dieser Formel habe ich meine sämmtlichen Beobachtungen umgerechnet. Wieweit meine Resultate mit den Poiseuille-schen stimmen, zeigt die Tab. I.

b. Verschiedene, zu je zweien verbundene Rören*).

Ebenso untersuchte ich noch merere andere Rören bezüglich der Ausflusszeit (von nun an aber nur unter dem Druck von 500 mm.) des Wassers, das, auf 4° C gebracht, 110,167 gr. wog. Um die erhaltenen Einzelresultate der Rören mit den Resultaten der Rörencomplexe vergleichen zu können, musste ich erst diejenige Zeit finden, die das Wasser von 4° C. gebraucht haben würde zum Ausfluss aus jeder Röre. Eine Reductionsformel hierfür ergiebt sich aus dem Poiseuille-

*) Meine in diesem Abschnitt gefundenen Resultate haben sich übrigens auch für Luft vollkommen bestätigt, wie zu ersehen ist aus einer Arbeit von Francis Guthrie: »On the Influence of Temperature on the Passage of Air through Capillary Tubes«, in the London Philos. mag. Vth Series. June 1878, pag. 433—39.

Interessant ist an dieser Arbeit noch das Verfaren, einen constanten Luftdruck herzustellen.

schen Gesetze verglichen mit dem theoretischen. Nenne ich nämlich $\frac{Q^2}{8\pi\lambda} . 13{,}6 . \frac{981}{G} s_t = L$, so ist theoretisch $\eta_t = L.T_t$; $\eta_0 = L. T_0$

Nach Poiseuille ist

$$\eta = \frac{[\bar{8},24920]}{1 + [\bar{8},52048]\ t + [\bar{6},38686]\ t^2} = L\,T_t .$$

$$T_0 = \frac{\eta_0}{L} = \frac{[\bar{8},24920]}{L = \frac{\eta_t}{T_t}} = \frac{[\bar{8},24920]\ T_t}{\eta_t}$$

$$T_0 = \left\{ 1 + [\bar{8},52047]\ t_2 + [\bar{6},38686]\ t_2 \right\} T_t .$$

Man muss also die bei der Temperatur t beobachtete Ausflusszeit mit dem Nenner der P. Formel multipliciren, um die Ausflusszeit für 0° zu erhalten.

Es liegt nahe, dass man sich für diesen Reductionsfactor eine Tabelle berechnet, wie eine solche für das Intervall von 15°—25° in Zwischenräumen eines halben Grades sich findet.

Ich habe nun 2 Rören einzeln auf das P. Gesetz untersucht und zwar ergab sich:

$Q' = 0{,}000809$ □ Cm. | $T^1 = 3538'' 5$
$\lambda' = 49{,}85$ Cm. | $\tau = 16^0 4$ } daraus $T'_0 = 5693'' 9$

Das Resultat stimmt mit dem P. bis auf 0,01%.

Ferner untersuchte ich die Röre

$Q'' = 0{,}001109$ | $T'' = 2531'' 5$
$\lambda'' = 66{,}4$ | $\tau'' = 18{,}15$ } $T''_0 = 4215'' 4$

und

$Q''' = 0{,}001579$ | $T''' = 1025'' 5$
$\lambda''' = 57{,}6$ | $\tau = 18{,}05$ } $T'''_0 = 1720'' 5$

Nun fügte ich aneinander, unter einem Winkel von 180° Q''' und Q''. Ich fand so bei $p = 50$ cm.

$$T = 4439{,}5;\ t = 18^0 0;\ T_0^{(''')('')} = 7439'' 0.$$

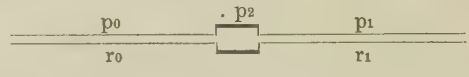
Wärend also das Wasser durch 2 zusammengefügte Rören geht, zuerst durch die weitere, braucht es 7439'' 0, während die Summe seiner Ausflusszeiten durch die einzelne Röre, auf 0° gebracht, 7414'' 4 betrug, welches letztere Resultat

um $^3/_{10}\%$ kleiner ist, als das erstere. Doch lässt diese Betrachtung keinen Schluss zu auf die Giltigkeit des P. Gesetzes; es gestaltet sich letzteres nämlich so:

Nach der Theorie der inneren Reibung ist das Volumen Flüssigkeit, das durch eine Capillare getrieben wird

$$V = \frac{p_1 - p_0}{\eta} \cdot \frac{Q^2}{8\pi\lambda}.$$

Auf unsere beiden Rören angewandt erhalten wir, wenn p_0 der Atmosphärendrück ist



$$V = . \frac{p_1 - p_2}{\eta} \cdot \frac{Q_1^2}{8\pi\lambda_1} . \text{ T. } 13{,}6. \ 981$$

$$V = . \frac{p_2 - p_0}{\eta} \cdot \frac{Q_2^2}{8\pi\lambda_2} . \text{ T. } 13{,}6. \ 981.$$

Da wir p_2 nicht kennen, elimininen wir es und erhalten:

$$\frac{8 . V . \eta . \pi .}{T . 13{,}6 . 981.} \left[\frac{\lambda_1}{Q_1^2} + \frac{\lambda_2}{Q_2^2}\right] = p_1 - p_0 .$$

Nun ist $p_1 - p_0$ gleich unserem Drucke p, also wird:

$$\eta = \frac{p . T . 13{,}6 . 981 .}{8 . \pi V . \left[\frac{\lambda_1}{Q_1^2} + \frac{\lambda_2}{Q_2^2}\right]} = \frac{p . T . 13{,}6 . 981}{8\pi V \left[\frac{1}{\frac{Q_1^2}{\lambda_1}} + \frac{1}{\frac{Q_2^2}{\lambda_2}}\right]}$$

$$\eta = \frac{p . T . 13{,}6 . 981 .}{V \left[\frac{1}{\frac{Q_1^2}{8\pi\lambda_1}} + \frac{1}{\frac{Q_2^2}{8\pi\lambda_2}}\right]}$$

Ich wäle diese Form, weil ich, behufs Prüfung meiner Rören auf das einfache P. Gesetz hin für alle Rören die Grössen $\frac{Q^2}{8\pi\lambda}$ berechnet habe.

Berechnen wir η aus dieser Formel, so erhalten wir $\eta = 0{,}018054$ statt 0,01775, es ist mein Reibungscoefficient also um 1,7% grösser als der Poiseuille'sche, doch weichen Poiseuille's Resultate um noch viel mer von einander ab, die Abweichung liegt innerhalb der Beobachtungsfeler.

Als ich durch die engere Röre zuerst, dann durch die weitere Röre das Wasser hindurchpresste, erhielt ich folgendes Resultat:

$T = 4451''5$; $t = 16^0,53$; $T^0 = 7187,2$
$T = 4471''5$; $t = 16^0,43$; $T^0 = 7202,2$

Mittel $T^0 = 7194''7$

Diese beiden Resultate weichen um 0,2% von einander ab, und zwar rürt die Verlangsamung davon her, dass ich zwischen beiden Rören ein T-ror eingeschaltet und dabei zwischen beiden Rören einen Zwischenraum von 1 cm., im zweiten Falle einen solchen von etwa 15 cm. gelassen hatte. Wir sehen hieraus, wie wenig eine solche Einschaltung von Flüssigkeit Einfluss auf den Reibungscoefficienten hat, daher wir im weiteren Verlaufe unserer Arbeit kein grosses Gewicht darauf legten, dass alle 3 Rören unmittelbar mit ihren Oeffnungen an einander stiessen, wenn ein kleiner Zwischenraum durch andere Rücksichten geboten schien.

Vergleichen wir nun das $T^0 = 7187''2$ mit dem Resultate, das sich ergab, als das Wasser zuerst durch die weitere Röre ging, so war in diesem Falle $T^0 = 7439''0$, also grösser. Und dies Resultat lässt sich einfach erklären:

Wenn auch das Wasser durch die weite Röre schnell hindurchginge, so erleidet es durch die enge Oeffnung der zweiten Röre ein Hinderniss, es muss sich stauen, wärend im umgekerten Falle der durch die enge Röre gepresste Wasserstral in der weiten Röre fast keinen Widerstand findet.

Um zu constatiren, welchen Einfluss eine knieförmige Biegung auf die Ausflussgeschwindigkeit übe, setze ich zwei Rören zusammen

$Q'' = 0,000809$ □cm $\quad \lg \frac{Q''^2}{8\pi\lambda''} = \bar{0},71796$
$\lambda'' = 49,85$ cm

$Q''' = 0,001579$ □cm $\quad \lg \frac{Q'''^2}{8\pi\lambda'''} = \bar{1},23610.$
$\lambda''' = 57,6$ cm

Ich fand bei $p = 50$; $t = 15^0,4$; $T = 4630,5$, also $T_0('')(''')^k = 7262''0$, welches Resultat durch spätere Versuche genau bestätigt wurde. Bei dieser Anordnung erhielt ich also 75″ grössere Ausflusszeit, als wenn dieselben Rören lang aneinander gefügt waren, wenn das Wasser durch die engere Röre zuerst gepresst wurde: $T_0('')(''')^1 = 7187''2$. Doch beträgt diese Abweichung noch nicht 1%; diese Grösse liegt

entschieden innerhalb der Beobachtungsfeler, das Gesetz muss also auch für diese Anordnung als vollkommen giltig betrachtet werden.

Bedenklich wäre hier der Umstand, dass grade ein Druckverlust an der knieförmig gebogenen Stelle warzunemen ist; träfe dies immer ein, dann müsste die Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes auf diese Rörencombination bezweifelt werden, wir werden uns aber bald davon überzeugen, dass dies nicht der Fall ist.

Um genaue Resultate zu erhalten, musste ich die engen Rören ser oft reinigen, da bei dem ser geringen Durchmesser der Rören auch mikroskopisch kleine Körperchen jeden genauen Versuch illusorisch machen können, und durch die beständige Reibung sogar kleine Glassplitter losgelöst werden. Bei einer solchen Reinigung brachen auch kleine Stückchen ab, und ich musste daher, um vergleichbare Resultate zu erhalten, die Rören wieder einzeln untersuchen. So erhielt ich:

$$Q = 0{,}00\,1109;\ T = 1358''0;\ t = 17{,}15;$$
$$T_0 = 2167''7.$$
$$Q = 0{,}00\,1579;\ T = 924''0;\ t = 22{,}4;$$
$$T_0 = 1723''04.$$

Ich fügte nun diese beiden Rören aneinander, die weitere Röre zunächst dem übrigen Apparate, und fand:

$$T = 2095''0;\ t = 23°3;$$
$$T_0 = 3990''3.$$

Dieselben Rören knieförmig angefügt ergeben:

$$T = 2107''0;\ t = 22°7;$$
$$T_0 = 3957''0.$$

Hier ist also durch die knieförmige Anordnung der Rören kein Verlust, sondern anscheinend noch ein Gewinn an lebendiger Kraft zu verspüren. Dieses Resultat lässt sich selbstverständlich nur auf Beobachtungsfeler zurückfüren, doch sind sie auch hier gering, da die einzelnen Resultate nur um 0,83% abweichen.

Es lag nun nahe zu zeigen, dass das Poiseuille'sche Gesetz auch unter ungünstigeren Bedingungen mit der Beobachtung genügend übereinstimmende Resultate liefert. Ich

nahm daher aus einem Glasladen eine enge Röre, die nicht ganz calibrisch war, indem ihr Querschnitt an verschiedenen Stellen um 7% variirte; den mittleren Querschnitt fand ich aus übereinstimmenden Messungen und Wägungen:

$$Q = 0{,}0012956 \square\text{cm}.$$

Um diese Röre ungefär aufs Poiseuille'sche Gesetz zu prüfen, genügt es, zu zeigen, ob und in wieweit die bei verschiedenen Temperaturen gefundenen Ausflusszeiten, auf 0^0 gebracht, von einander abweichen.

Ich erhielt:

$$\left.\begin{array}{l} T = 3175''0;\ t = 23{,}10;\ T_0 = 6019''1 \\ T = 3227''0;\ t = 22{,}30;\ T_0 = 5995''1 \end{array}\right\} 6007''1.$$

Resultate, welche nur um 0,4% abweichen. Die Röre genügt also den für das Poiseuille'sche Gesetz notwendigen Bedingungen. Wir können aber die Röre auf dieses Gesetz hin noch dadurch prüfen, dass wir aus dem Reibungscoefficienten nach Poiseuille, verglichen mit dem theoretischen, die Länge der Röre berechnen unter Zugrundelegung der zuletzt gefundenen Ausflusszeiten.

Wir hatten die theoretische Formel:

$$\eta_{n^0} = \frac{Q^2}{8\pi\lambda} \cdot \frac{13{,}6}{G}\, 981 \,.\, p \,.\, s_{n^0} \,.\, T_{n^0},$$ also für jetzt

$$\eta_{23,^0 10} = \frac{(0{,}0012956)^2}{8\pi\lambda} \cdot \frac{13{,}6}{G} \,.\, 981.50 \,.\, 5_{23,1} \,.\, 3175''0$$

$$\eta_{23,^0 1} = \frac{K}{\lambda} \,.\, 5_{23,1} \,.\, 3175''0$$

$$\eta_{22,^0 3} = \frac{K}{\lambda} \,.\, 5_{22,3} \,.\, 3227''0$$ also

$$\left.\begin{array}{l} \eta_{23,1} = 0{,}009363 \ldots . \ \lambda = 136{,}86 \\ \eta_{22,3} = 0{,}009541 \ldots . \ \lambda = 136{,}53 \end{array}\right\} 136{,}695$$

Resultate, welche nur um 0,23% von einander abweichen.

Diese Röre, welche also dem Poiseuille'schen Gesetze genügt, teile ich nun etwa im Verhältnisse von 3 : 4 in 2 Teile und bestimme die Ausflussgeschwindigkeit der beiden Teile; ich nenne das kürzere Stück a, das längere b. So fand ich:

bei a: $T = 1336''0;\ t = 25^0,35;\ T_0 = 2667''8$
bei b: $T = 1769''0;\ t = 24,\ 05;\ T_0 = 3428''7$

$$T_0{}^a + T_0{}^b = 6096''5.$$

Die Rören wieder zusammengefügt fand sich: $T_0 = 6173''4$. Es hat also das Wasser 1,24% mehr gebraucht um durch die zusammengesetzte Röre zu gehen, als die Summe der Zeiten beträgt, welche das Wasser zum durchfliessen der Rören einzeln brauchte; dieser Meraufwand lässt sich erklären durch die Druckdifferenz zu Anfang und zu Ende der Röre. Es gelang mir aber bei Anordnung meines Apparates nicht, diese Druckdifferenz in Zalen nachzuweisen. Eine Temperaturdifferenz zu Anfang und zu Ende der Röre liess sich durchaus nicht beobachten. Die Inconstanz der Zimmertemperatur musste Feler von der Grösse, wie sie meinen Beobachtungen anhaften, hervorbringen.

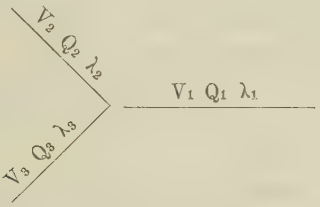
Einen Schluss auf die Grösse dieser Beobachtungsfeler gestattet das Resultat, dass dieselbe Wassermenge 166″ mer brauchte, um durch die wieder zusammengesteckte Röre zu gehen, als sie gebraucht hat, um die unmittelbar zusammengefügte Röre unter demselben Druck zu passiren. Wenn wir noch berücksichtigen, dass der Querschnitt der Röre Abweichungen von 7% zeigt, so ist eine Abweichung von 3% in den Beobachtungszalen noch äusserst gering zu nennen, und lassen einen Schluss über Nicht-Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes nicht zu.

Als ich die eben untersuchten beiden Rören knieförmig an einander setzte, erhielt ich:
$T = 3080''0$; $t = 25°15$; $T_0 \overset{(a)}{=} \overset{(b)}{=} {}^{k} 6112''0$. Auch hier ist scheinbar das Wasser durch das Knie schneller gelaufen, als bei langgestreckter Anordnung.

c. Combinationen je dreier Rören.

Nachdem ich so nachgewiesen habe, dass meine Rören sowol einzeln dem Poiseuille'schen Gesetze genügen, als auch zu je zweien combinirt unter allen Umständen das zweckentsprechend anders gestaltete Gesetz erfüllen, wollen wir untersuchen, ob sich das Gesetz auch auf Rören-Combinationen von je Dreien anwenden lässt. Vorher aber wollen wir das Gesetz theoretisch für diesen Fall erweitern:

Es sei die Anordnung der Rören folgende:



so ist, wie leicht einzusehen, nach der Theorie:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{Q_1^2}{8\pi\eta\lambda_1}(p_1 - p_2)\,T \\ V_2 &= \frac{Q_2^2}{8\pi\eta\lambda_2}\,p_2\,T \\ V_3 &= \frac{Q_3^2}{8\pi\eta\lambda_3}\,p_2\,T \end{aligned}\right\} V_1 = V_2 + V_3$$

$$\frac{8\pi\eta\lambda_1 V_1}{Q_1^2} = (p_1 - p_2)\,T$$

$$V_1 = \left(\frac{Q_2^2}{8\pi\eta\lambda_2} + \frac{Q_3^2}{8\pi\eta\lambda_3}\right) p_2\,T$$

$$\frac{8\pi\eta\lambda_1 V_1}{Q_1^2} + V_1\left(\frac{8\pi\eta\lambda_2}{Q_2^2} + \frac{8\pi\eta\lambda_3}{Q_3^2}\right) = p_1 T.$$

Ferner ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{8\pi\eta\lambda_1 V_1}{Q_1^2} &= p_1 T_1 \\ \frac{8\pi\eta\lambda_2 V_2}{Q_2^2} &= p_1 T_2 \\ \frac{8\pi\eta\lambda_3 V_3}{Q_3^2} &= p_4 T_3 \end{aligned}\right\} \text{ also } \left|\begin{aligned} \frac{Q_1^2}{8\pi\eta\lambda_1} &= \frac{V_1}{p_1 T_1} \\ \frac{Q_2^2}{8\pi\eta\lambda_2} &= \frac{V_1}{p_1 T_2} \\ \frac{Q_3^2}{8\pi\eta\lambda_3} &= \frac{V_1}{p_1 T_3} \end{aligned}\right.$$

Daher wird:

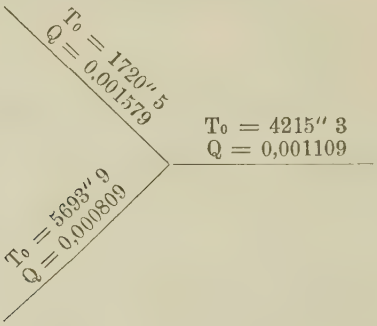
$$p_1 T_1 = \frac{1}{\frac{1}{p_1 T_2} + \frac{1}{p_1 T_3}} = p_1 T \text{ oder}$$

$$T = T_1 + \frac{1}{\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3}} = T_1 + \frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3}.$$

Haben wir also die Ausflusszeit des Wassers durch die einzelnen Rören bei derselben Temperatur (0°), so lässt sich daraus leicht die Zeit ableiten, welche das Wasser brauchen wird um durch den Rörencomplex zu gehen: Stimmt die

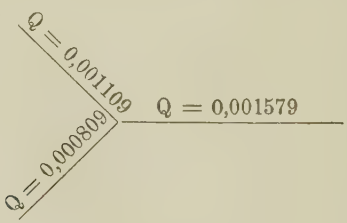
Relation $T = T_1 + \frac{T_2 \cdot T_3}{T_2 + T_3}$, dann gilt das Poiseuille'sche Gesetz auch für solchen Rörencomplex.

Die Anordnung der Rören war zunächst folgende:



1) Ich erhielt als Beobachtungsresultat:
$T = 3438'' 0$; $t = 15^0 75$; $T_0 = 5440'' 9$, wärend das Gesetz ergiebt: $5536'' 6$, eine Abweichung von etwas über 1,5%. (Die grösste Abweichung.)

2)



Bei dieser Anordnung fand ich:

$T = 2507'' 0$; $t = 17^0 6$; $T_0 = 4158'' 9$. Das Gesetz ergiebt $4142'' 7$ also nur 0,4% Abweichung.

So machte ich denn Versuche mit allen möglichen Combinationen dieser drei gut calibrischen Rören und fand als die grösste Abweichung von Theorie und Experiment 1,5%. Um aber zu zeigen, dass unser Gesetz auch unter viel ungünstigeren Umständen noch gelte, wälte ich fortan die beiden Rören a und b, deren Caliber um 7% variirte, mit einer ser engen Röre $Q = 0{,}001118$ zusammen; ich nenne

diese Röre c, deren Querschnitt also um 16% kleiner ist, als der mittlere Querschnitt der Röre a und b.

Mit diesem Rörencomplex erhielt ich folgende Resultate:

$T^{bac} = 2824''0$; $t = 21^0 95$; $T_0^{bac} = 5210''25$

$T^{bca} = 2672''0$; $t = 23^0 6$; $T_0^{bca} = 5125''1$

$T^{abc} = 2710''0$; $t = 23^0, 75$; $T_0^{abc} = 5216''0$

$T^{acb} = 2771''0$; $t = 23^0 45$; $T_0^{acb} = 5296''4$

$T^{cab} = 3124''0$; $t = 23^0 80$; $T_0^{cab} = 6019''9$

$T^{cba} = 3160''0$; $t = 23,7$; $T_0^{cba} = 6075''0$.

Die vier ersten Zalen zeigen also auch für diesen ungünstigen Fall, dass das modificirte Poiseuille'sche Gesetz auf solche Rörencomplexe one Weiteres stimmt; die letzten beiden Zalen aber zeigen eine Vergrösserung von etwa 16%, und das rürt davon her, dass der Durchmesser derjenigen Röre, durch welche das Wasser zuerst gehen muss, bei ziemlich gleicher Länge derselben mit den andern Rören, um etwa 16% kleiner ist.

Wir haben also unser Gesetz so zu fassen: das Poiseuille-sche Gesetz gilt für Rörencombinationen, aber nur, sobald der Querschnitt der ersten Röre gleich oder grösser ist, als der Querschnitt einer der beiden anderen Rören.

Tafel zur Reduction der Ausflusszeiten auf 0°C.

t	Red.-Factor.		lg. Red.-Factor.		lg η nach Pois.		η nach Pois.
15°0	1,55207	2030	0,19091	565	$\bar{8}$,05829	565	0,011436
15,5	1,57237	2042	0,19656	560	$\bar{8}$,05264	560	11289
16,0	1,59279	2052	0,20216	564	$\bar{8}$,04704	556	11144
16,5	1,61331	2067	0,20772	553	$\bar{8}$,04148	553	11002
17,0	1,63398	2078	0,21325	550	$\bar{8}$,03595	549	10863
17,5	1,65476	2089	0,21874	543	$\bar{8}$,03046	544	10726
18,0	1,67565	2103	0,22418	542	$\bar{8}$,02502	542	10593
18,5	1,69668	2112	0,22960	537	$\bar{8}$,01960	537	10462
19,0	1,71780	2128	0,23497	535	$\bar{8}$,01423	535	10333
19,5	1,73908	2140	0,24032	531	$\bar{8}$,00888	531	10206
20,0	1,76048	2151	0,24563	527	$\bar{8}$,00357	527	10082
20,5	1,78199	2163	0,25090	524	$\bar{7}$,99830	524	0,009961
21,0	1,80362	2175	0,25614	522	$\bar{7}$,99306	522	9841
21,5	1,82537	2186	0,26136	516	$\bar{7}$,98784	516	9724
22,0	1,84723	2201	0,26652	514	$\bar{7}$,98268	514	9609
22,5	1,86924	2213	0,27166	512	$\bar{7}$,97754	512	9496
23,0	1,89137	2224	0,27678	507	$\bar{7}$,97242	507	9385
23,5	1,91361	2236	0,28185	505	$\bar{7}$,96735	505	9276
24,0	1,93597	2249	0,28690	502	$\bar{7}$,96230	502	9169
24,5	1,95846	2259	0,29192	497	$\bar{7}$,95728	497	9063
25,0	1,98105		0,29689		$\bar{7}$,95231		8960

Beobachtungen an einer einfachen Röre:

λ = 76,8 cm; G_0 = 10,605 gr
Q = 0,001579 □cm.

Versuch	Druck	Temp.	Zeit	η berechnet	η beobachtet	Rechn.-Beob.
No. 1, 2	50	23°	1152″0	0,0093850	0,0093380	+ 470
9	50	20,2	1239,5	0,0100340	0,0100530	— 190
4	50	22,3	1181,0	0,0096022	0,0095746	+ 276
14	50	21,6	1186,5	97219	0,0096203	+ 1016
15	50	21,0	1211,5	98403	0,0099152	+ 160
21	50	20,35	1222,5	0,0099970	0,0093006	+ 818
3	45	23,3	1275,0	92780	0,0098243	— 226
5	45	22,3	1299,0	96022	0,0094779	+ 1243
10	45	22,35	1300,0	96011	0,0094851	+ 1160
11	45	25,5	1296,5	94960	0,0094561	+ 399
12	45	22,4	1299,5	94973	0,0094812	+ 161
16	45	21,5	1323,0	97242	0,0096548	+ 694
6	40	22,4	1457,0	94971	0,0094494	+ 477
7	40	22,3	1460,0	96022	0,0094691	+ 1331
8	40	22,3	1460,0	96022	0,0094691	+ 1331
13	40	22,0	1470,0	96090	0,0095345	+ 745
17	40	21,9	1470,0	96101	0,0095347	+ 754
18	35	22,5	1653,0	94960	0,0093804	+ 1156
22	35	21,1	1700,0	98391	0,0096507	+ 1884
19	30	22,9	1891,5	93861	0,0091995	+ 1866
23	30	21,9	1956,5	96101	0,0095175	+ 926
24	25	22,0	2333,0	96090	0,0094967	+ 1123

Lebenslauf.

Ich, Julius Berthold Rostalski, evangelischer Confession, bin der Son des Königl. Seminarlerers R. in Creutzburg O./Schl. und seiner im Jahre 1860 verstorbenen Ehefrau Alwine geb. Rothenstein; am 27. Februar 1849 wurde ich zu Lobsens, Regierungsbezirk Bromberg, geboren. Nachdem ich die Elementarschule absolvirt hatte, besuchte ich von Ostern 1860 bis Ostern 1865 die damalige höhere Bürgerschule in Creutzburg bis Ober-Secunda und darauf das Königl. Gymnasium in Brieg, woselbst ich, nach meiner Rückker aus dem französischen Kriege, am 1. März 1872 das Abiturienten-Examen bestand. Durch Mittellosigkeit verhindert, bezog ich erst Michaeli desselben Jares die hiesige Königl. Universität, und widmete mich hier wärend acht Semestern den mathematisch-naturwissenschaftlichen Studien. Ich hörte die Vorlesungen der Herren Professoren: Bachmann, Ferd. Cohn, Dilthey, Dorn, Freymond, Grube, Meyer, Neumann, Poleck, Rosanes, Schröter. Durch vier Semester war ich Mitglied des mathematisch-physikalischen Seminars unter Leitung der Herren Professoren: Meyer, Rosanes, Schröter, ebensoviel Semester arbeitete ich im physikalischen Laboratorium unter Leitung der Herren Professoren: Meyer und Dorn. Am 1. November 1876 bekam ich durch das besondere Vertrauen und Wolwollen meines hochvererten Lerers Herrn Professor Dr. Galle die Assistentenstelle an hiesiger Königl. Sternwarte, welcher Stellung ich mich auch jetzt noch erfreue.

Allen meinen genannten Herren Lerern, insbesondere den Herren Professoren Galle und Meyer, durch deren wolwollendste Unterstützung mir das Studium hierselbst noch möglich wurde, sage ich hiermit meinen aufrichtigsten, herzlichsten Dank.

Thesen.

1. Weber's electrisches Grundgesetz genügt allen Anforderungen an eine physikalische Theorie.
2. Die Bedeutung des periodischen Systems von Lothar Meyer ist eine so grosse, dass dasselbe bei Abfassung von chemischen Lerbüchern allein berücksichtigt werden muss.
3. Die mathematische Geographie muss Unterrichtsgegenstand unserer Volksschulen werden.